

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm 02 trang)

Bài 1. (1,5 điểm)

Cho parabol (P): $y = \frac{1}{4}x^2$ và đường thẳng (d): $y = -\frac{1}{2}x + 2$.

- Vẽ (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ.
- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

Bài 2. (1,0 điểm)

Cho phương trình: $2x^2 - 5x - 3 = 0$ có 2 nghiệm là $x_1; x_2$.

Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức: $A = (x_1 + 2x_2)(x_2 + 2x_1)$

Bài 3. (0,75 điểm)

Quy tắc sau đây cho ta biết CAN, CHI của năm X nào đó.

Để xác định CAN, ta tìm số dư r trong phép chia X cho 10 và tra vào bảng 1.

Để xác định CHI, ta tìm số dư s trong phép chia X cho 12 và tra vào bảng 2.

Ví dụ: năm 2020 có CAN là Canh, có CHI là Tí.

Bảng 1

r	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
CAN	Canh	Tân	Nhâm	Quý	Giáp	Át	Bính	Đinh	Mậu	Kỷ

Bảng 2

s	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
CHI	Thân	Dậu	Tuất	Hợi	Tí	Sửu	Dần	Mẹo	Thìn	Tỵ	Ngọ	Mùi

- Em hãy sử dụng quy tắc trên để xác định CAN, CHI của năm 2005?
- Bạn Hằng nhớ rằng Nguyễn Huệ lên ngôi hoàng đế, hiệu là Quang Trung vào năm Mậu Thân nhưng không nhớ rõ đó là năm bao nhiêu mà chỉ nhớ là sự kiện trên xảy ra vào cuối thế kỉ 18. Em hãy giúp Hằng xác định chính xác năm đó là năm bao nhiêu?

Bài 4. (0,75 điểm)

Cước điện thoại y (nghìn đồng) là số tiền mà người sử dụng điện thoại cần trả hàng tháng, nó phụ thuộc vào lượng thời gian gọi x (phút) của người đó trong tháng. Mối liên hệ giữa hai đại lượng này là một hàm số bậc nhất $y = ax + b$. Hãy tìm a, b biết rằng nhà bạn Nam trong tháng 5 đã gọi 100 phút với số tiền là 40 nghìn đồng và trong tháng 6 đã gọi 40 phút với số tiền là 28 nghìn đồng.

Tiếp theo trang sau

Bài 5. (1,0 điểm)

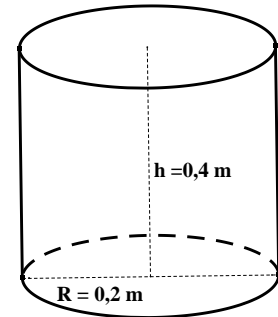
Theo quy định của cửa hàng xe máy, để hoàn thành chỉ tiêu trong một tháng, mỗi nhân viên phải bán được trung bình một chiếc xe máy trong một ngày. Nhân viên nào hoàn thành chỉ tiêu trong một tháng thì nhận được lương cơ bản là 8 000 000 đồng.

Nếu trong tháng nhân viên nào bán vượt chỉ tiêu thì được thưởng thêm 8% tiền lời của số xe máy bán vượt chỉ tiêu đó. Trong tháng 5 (có 31 ngày), anh Thành nhận được số tiền là 9 800 000 đồng (bao gồm cả lương cơ bản và tiền thưởng thêm của tháng đó).

Hỏi anh Thành đã bán được bao nhiêu chiếc xe máy trong tháng 5, biết rằng mỗi xe máy bán ra thì cửa hàng thu lợi được 2 500 000 đồng.

Bài 6: (1,0 điểm)

Anh Minh vừa mới xây một cái hồ trữ nước cạnh nhà có hình dạng hộp chữ nhật kích thước $2m' \ 2m' \ 1m$. Hiện hồ chưa có nước nên anh Minh phải ra sông lấy nước. Mỗi lần ra sông anh gánh được 1 đôi nước đầy gồm 2 thùng hình trụ bằng nhau có bán kính đáy $0,2 m$, chiều cao $0,4 m$.



- a) Tính lượng nước (m^3) anh Minh đổ vào hồ sau mỗi lần gánh (ghi kết quả làm tròn đến 2 chữ số thập phân). Biết trong quá trình gánh nước về thì lượng nước bị hao hụt khoảng 10% và công thức tính thể tích hình trụ là $V = pR^2h$.
- b) Hỏi anh Minh phải gánh ít nhất bao nhiêu lần để đầy hồ? Bỏ qua thể tích thành hồ.

Bài 7. (1,0 điểm)

Sau buổi sinh hoạt ngoại khóa, nhóm bạn của Thư rủ nhau đi ăn kem ở một quán gần trường. Do quán mới khai trương nên có khuyến mãi, bắt đầu từ ly thứ 5 giá mỗi ly kem được giảm 1 500 đồng so với giá ban đầu. Nhóm của Thư mua 9 ly kem với số tiền là 154 500 đồng. Hỏi giá của một ly kem ban đầu?

Bài 8. (3,0 điểm)

Cho đường tròn tâm O ; bán kính R và điểm A nằm ngoài đường tròn sao cho $OA > 2R$. Từ A kẻ 2 tiếp tuyến $AD;AE$ đến đường tròn (O) ($D;E$ là 2 tiếp điểm).

Lấy điểm M nằm trên cung nhỏ $\overset{\frown}{DE}$ sao cho $MD > ME$. Tiếp tuyến của đường tròn (O) tại M cắt $AD;AE$ lần lượt tại $I;J$. Đường thẳng DE cắt OJ tại F .

- a) Chứng minh: OJ là đường trung trực của đoạn thẳng ME và $\widehat{OMF} = \widehat{OEF}$.
- b) Chứng minh: tứ giác $ODIM$ nội tiếp và 5 điểm $I;D;O;F;M$ cùng nằm trên một đường tròn.

- c) Chứng minh: $\widehat{JOM} = \widehat{IOA}$ và $\sin \widehat{IOA} = \frac{MF}{IO}$.

HẾT.

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN CHẤM

Bài 1. (1,5 điểm)

a) Vẽ (P) (0,5đ)

Vẽ (d) (0,25đ)

b) Phương trình HĐGD của (P) và (d) $\frac{1}{4}x^2 = -\frac{1}{2}x + 2$ \hat{U} $\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x - 2 = 0$ (0,25đ)

cho 2 nghiệm $x = 2; x = -4$ (0,25đ)

Tọa độ các giao điểm của (P) và (d) là (2;1) và (-4;4) (0,25đ)

Bài 2. (1 điểm) Cho phương trình: $2x^2 - 5x - 3 = 0$ có 2 nghiệm là $x_1; x_2$.

Theo hệ thức Vi – et, ta có: $x_1 + x_2 = \frac{5}{2}; x_1 x_2 = -\frac{3}{2}$ (0,25đ)

Ta có $A = (x_1 + 2x_2)(x_2 + 2x_1) = x_1 x_2 + 2x_1^2 + 2x_2^2 + 4x_1 x_2$ (0,25đ)

$$= x_1 x_2 + 2(x_1 + x_2)^2 \quad (0,25đ)$$

Vậy $A = -\frac{3}{2} + 2 \cdot \frac{25}{4} = 11$ (0,25đ)

Bài 3. (0,75 điểm)

a) Vì 2005 chia 10 dư 5 nên CAN là Ất (0,25đ)

Vì 2005 chia 12 dư 1 nên CHI là Dậu (0,25đ)

b) Vì CAN của năm Mậu Thân là Mậu nên suy ra chữ số tận cùng của năm đó là chữ số 8. Mặt khác do năm đó xảy ra vào cuối thế kỉ 18 nên năm đó sẽ có dạng là $\overline{17c8}$ (c là các chữ số 5,6,7,8 hoặc 9)

Vì CHI của năm Mậu Thân là Thân nên $\overline{17c8M2}$. Do đó năm cần tìm là 1788 (0,25đ)

Bài 4. (0,75 điểm)

Khi $x = 100$ (phút) thì $y = 40$ (nghìn đồng) nên $40 = a \cdot 100 + b$ (0,25đ)

Khi $x = 40$ (phút) thì $y = 28$ (nghìn đồng) nên $28 = a \cdot 40 + b$ (0,25đ)

Hệ phương trình có nghiệm là: $a = \frac{1}{5} = 0,2$; $b = 20$ (0,25đ)

Bài 5. (1,0 điểm)

Số tiền thưởng anh Thành nhận là: $9\,800\,000 - 8\,000\,000 = 1\,800\,000$ (đồng). (0,25đ)

Số tiền thưởng mỗi chiếc xe vượt chỉ tiêu: $2\,500\,000 \cdot 8\% = 200\,000$ (đồng). (0,25đ)

Số chiếc xe anh Thành bán vượt chỉ tiêu là: $1\,800\,000 : 200\,000 = 9$ (chiếc). (0,25đ)

Số chiếc xe anh Thành đã bán trong tháng 5 (có 31 ngày) là: $9 + 31 = 40$ (chiếc). (0,25đ)

Bài 6. (1,0 điểm)

a) Lượng nước anh Minh đổ vào hồ sau mỗi lần gánh là:

$$90\% \cdot 2V = 90\% \cdot 2 \cdot (p \cdot 0,2^2 \cdot 0,4) \gg 0,09 \quad (m^3) \quad (0,5đ)$$

b) Thể tích hồ trữ nước là: $2 \cdot 2 \cdot 1 = 4 \quad (m^3)$ (0,25đ)

$$\text{Vì } 4 : 0,09 \gg 44,444$$

Vậy anh Minh phải gánh ít nhất 45 lần mới đầy hồ (0,25đ)

Bài 7. (1,0 điểm)

Gọi x (đồng) là giá một ly kem ban đầu ($x > 1\,500$)

Giá một ly kem sau khi được khuyến mãi là: $x - 1\,500$ (đồng) (0,25đ)

Tổng số tiền đã trả khi mua 9 ly kem là 154 500 đồng

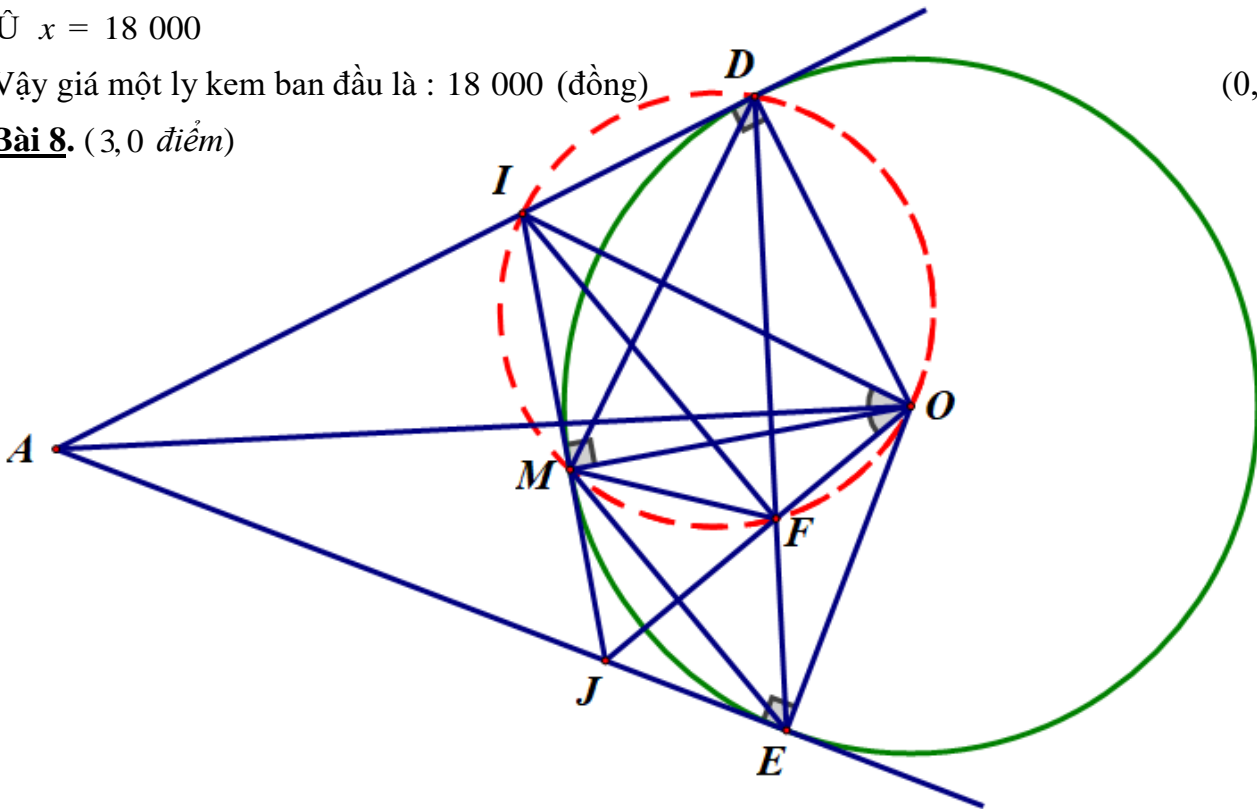
Do đó, ta có phương trình: $4x + 5(x - 1\ 500) = 154\ 500$ (0,25đ)

Ư $4x + 5x - 5 \cdot 1\ 500 = 154\ 500$ Ư $9x = 162\ 000$ (0,25đ)

Ư $x = 18\ 000$

Vậy giá một ly kem ban đầu là : 18 000 (đồng) (0,25đ)

Bài 8. (3,0 điểm)



a) Chứng minh: OJ là đường trung trực của đoạn thẳng ME và $\hat{OMF} = \hat{OEF}$

Ta có : $OM = OE$ (bán kính) và $JM = JE$ (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau) (0,25đ)

Suy ra OJ là đường trung trực của đoạn thẳng ME (0,25đ)

Suy ra M, E đối xứng nhau qua OJ . (0,25đ)

Mà F, O nằm trên OJ nên $\hat{OMF} = \hat{OEF}$ (0,25đ)

b) Chứng minh : tứ giác $ODIM$ nội tiếp và 5 điểm $I; D; O; F; M$ cùng nằm trên 1 đường tròn.

Ta có $\hat{ODI} = \hat{OMI} = 90^\circ$ (tiếp tuyến) \Rightarrow tứ giác $ODIM$ nội tiếp (1) (0,5đ)

Tam giác ODE cân tại O ($OD = OE = R$). Suy ra $\hat{ODE} = \hat{OED}$ (0,25đ)

Mà $\hat{OEF} = \hat{OMF}$ (cmt). Suy ra $\hat{ODF} = \hat{OMF}$. Do đó tứ giác $ODMF$ nội tiếp (2)

Từ (1) và (2) suy ra 5 điểm $I; D; O; F; M$ cùng nằm trên 1 đường tròn. (0,25đ)

c) Chứng minh rằng : $\hat{JOM} = \hat{IOA}$ và $\sin \hat{IOA} = \frac{MF}{IO}$

• CM được $\hat{IOJ} = \frac{1}{2} \hat{DOE} = \hat{AOD}$ (0,25đ)

Mà $\hat{IOM} = \hat{IOD}$

Suy ra $\hat{IOJ} - \hat{IOM} = \hat{AOD} - \hat{IOD} \Rightarrow \hat{JOM} = \hat{IOA}$ (0,25đ)

• Vì $I; D; O; F; M$ cùng nằm trên 1 đường tròn $\Rightarrow \hat{MFJ} = \hat{MIO}$

Do $DJFM \sim DJIO$ (g-g) $\Rightarrow \frac{MF}{OI} = \frac{JM}{JO} = \sin \hat{JOM}$ (0,25đ)

Vậy $\sin \hat{IOA} = \sin \hat{JOM} = \frac{MF}{IO}$ (0,25đ)